

La figure 25 montre en coupe un éjecteur à eau de la Société des Appareils à jet : on y voit clairement le tuyau d'arrivée d'eau motrice, la buse d'eau motrice, l'arrivée de l'eau à élever, le diffuseur de refoulement. La figure 26 montre la vue extérieure de cet appareil.

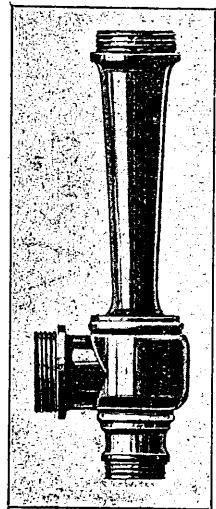


Fig. 26. — Vue extérieure d'un éjecteur

La figure 27 est la photo d'un appareil destiné à être placé dans le bac même de l'eau à élever ; ici la chambre de la figure 25 est supprimée, la buse débouche directement dans le liquide à élever.

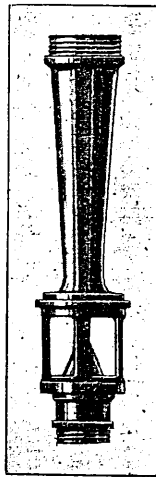


Fig. 27. — Ejecteur à placer directement dans le liquide à élever.

En nous étendant un peu sur l'étude de ces appareils notre but a surtout été de familiariser le lecteur avec l'emploi des théorèmes de Bernoulli et de Borda, d'une constante utilisation en hydro-dynamique. Nous pouvons maintenant passer à une machine plus compliquée où les mêmes théorèmes vont encore trouver leur application mais où nous aurons, en plus, des phénomènes variables dans le temps.

CHAPITRE II

BÉLIERS HYDRAULIQUES

17. — Cette machine, dont l'invention est due à Montgolfier, est une des plus curieuses et des plus intéressantes au point de vue hydro-dynamique, car l'étude approfondie de son fonctionnement oblige à traiter complètement la question du mouvement varié de l'eau dans les conduites. Le schéma de cet appareil tel qu'on le construit actuellement est représenté figure 28.

Un tuyau AB, de longueur L et de section constante S, constitue le « corps de bélier » dénommé encore « tuyau de batte » ; il prend l'eau à la source en A et s'ouvre à l'air libre à son autre extrémité, en B, par un orifice qu'une soupape s_c peut obstruer ; la différence de niveau entre le plan d'eau à la source et la sortie en B est h . En un point situé le plus près possible de B une bifurcation conduit dans une cloche R d'où part un tuyau de refoulement D, la communication avec la cloche pouvant être obstruée par une soupape s_r qui est disposée de manière à fonctionner en sens inverse de la précédente ; la différence de niveau entre le réservoir où refoule le tuyau D et le plan d'eau à la source est H. Il résulte clairement de cette disposition qu'au repos la surpression H applique la soupape s_r sur son siège et que la pression h applique la soupape s_c sur le sien, de sorte que tout écoulement est arrêté.

Pour mettre l'appareil en route, il suffira d'appuyer sur la soupape s_c (que son poids propre tend déjà à ouvrir) ; par l'orifice B l'eau se mettra à couler et prendra sous l'effet de la pression h une vitesse croissante. Le poids de la soupape (ou un ressort d'ouverture) est tel qu'elle reste ouverte tant que la vitesse de l'eau est en dessous d'une certaine valeur v_0 . Au

moment où la vitesse v_0 est atteinte, l'effort correspondant étant légèrement supérieur au poids de la soupape, celle-ci commence à se fermer, mais au fur et à mesure de la fermeture, la pression sous la soupape augmente et sa fermeture se fait de plus en plus rapide.

On conçoit en effet que sous l'action de la puissance vive de l'eau du tuyau de batterie, il apparaisse à l'extrémité B de celui-ci une pression qui va en croissant; lorsque cette

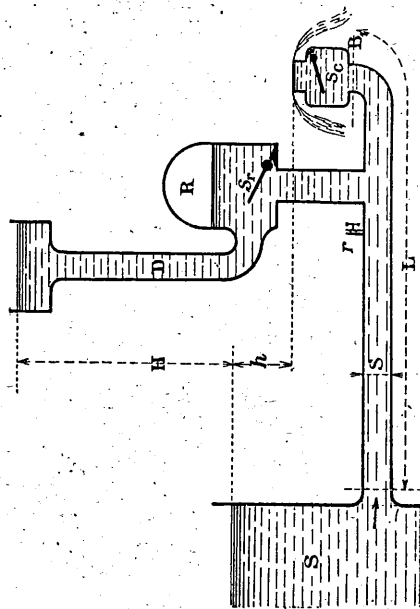


Fig. 28. — Schéma d'un bélier hydraulique.

pression est légèrement supérieure à la hauteur $h + H$, la soupape s_r se soulève; dès lors la pression reste constante puisqu'elle est imposée par la colonne de refoulement, et le tuyau de batterie débite sur les deux soupapes à la fois: s_r qui vient de s'ouvrir et s_c qui achève de se fermer.

Quand s_c est fermée complètement le débit subsiste sur s_r seule jusqu'à ce que la puissance vive $\frac{\pi L S}{g} \cdot \frac{v^2}{2}$ contenue dans la masse d'eau soit disparue totalement. A ce moment la vitesse à travers s_r étant nulle, cette soupape retombe sur son siège sous l'effet de la pression H , non sans qu'une certaine quantité d'eau revenant en arrière ne retourne à la source. Dès que s_r est fermée, l'inertie de ce retour d'eau vers A ajoutée à

la détente due à l'élasticité de l'eau et du tuyau dans lesquels la pression H disparaît brusquement, font qu'une dépression se produit à l'extrémité B, et aussitôt la soupape s_c s'ouvre d'elle-même. L'appareil se trouve alors revenu au même état qu'au commencement et le même cycle de phénomènes se reproduit.

L'élévation de l'eau aura donc lieu par pulsations périodiques; le temps total de la période dépendra de la masse et de l'élasticité de la soupape s_c , de sa forme qui définit l'effort dû à la vitesse v_0 de l'eau sur elle, des proportions du tuyau de batterie, de la hauteur de chute et de la hauteur de refoulement, de la masse et de l'élasticité de la soupape s_r .

Tant que la dépression existe en B un petit reniflard r laisse rentrer une certaine quantité d'air qui part dans la cloche R pendant le refoulement et remplace l'air qui se dissout dans l'eau sous l'effet de la pression H . Le niveau de l'eau dans la cloche R reste ainsi constant et l'air contenu accomplit sa fonction qui consiste à régulariser le courant d'eau dans le tuyau de refoulement D; si le volume d'air est suffisant les pulsations ne sont plus sensibles à l'arrivée au réservoir supérieur.

Chaque phase du cycle décrit ci-dessus constitue un phénomène particulier qui demande toute une étude pour le déterminer; nous allons présenter ces études dans l'ordre où les phénomènes se produisent, et en tirer finalement d'intéressantes conclusions concernant le rendement, la puissance utile et le fonctionnement sous différentes hauteurs du bélier hydraulique.

PREMIÈRE PHASE : MISE EN VITESSE DE L'EAU DANS LE TUYAU DE BATTERIE

18. — Schématisons le tuyau de batterie (fig. 29). Soit L sa longueur, S sa section, s la section de l'orifice laissé libre par la soupape, et h la hauteur de chute.

La variation de puissance vive des molécules d'eau qui précèdent la tranche A et celle des molécules comprises entre la tranche B et la sortie, sont négligeables devant celle de la masse $\frac{\pi L \cdot S}{g}$ contenue dans le tuyau de batterie. Dès lors dans

l'étude du phénomène on se bornera à considérer les travaux accomplis de la tranche A à la tranche B.

Le théorème de Bernoulli nous donne pour la pression par centimètre carré existante dans la tranche A :

$$\varpi \cdot \left(h - \frac{v^2}{2g} \right)$$

soit pour la force totale agissant sur cette tranche :

$$\varpi \cdot \left[h - \frac{v^2}{2g} \right] \cdot S$$

En un temps dt cette tranche se déplacera de $dl = v \cdot dt$ et

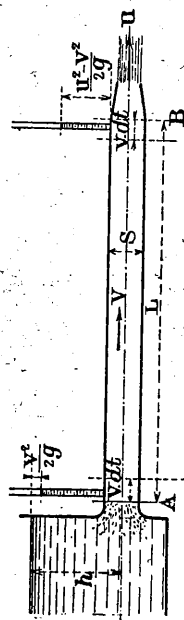


FIG. 29. — Mise en vitesse de l'eau d'une conduite longue.

le travail accompli par la force appliquée à la tranche A sera un travail moteur égal à :

$$\varpi \cdot \left(h - \frac{v^2}{2g} \right) \cdot S \cdot v \cdot dt \quad (1)$$

La pression dans la tranche de sortie est zéro et la vitesse $u = v \cdot \frac{S}{s}$.

Cherchons la pression p_B dans la tranche B où la vitesse est v , les pertes étant supposées nulles entre B et la sortie.

Le théorème de Bernoulli entre B et la sortie s'écrira :

$$p_B + \frac{v^2}{2g} = 0 + \frac{u^2}{2g} \quad \text{d'où} \quad p_B = \frac{u^2 - v^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \left(\frac{S^2}{s^2} - 1 \right)$$

La force correspondante appliquée à toute la tranche B fera dans le temps dt un travail qui sera un travail résistant :

$$\varpi \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\frac{S^2}{s^2} - 1 \right) \cdot S \cdot v \cdot dt \quad (2)$$

Entre A et B, répartie sur toute la longueur, existera une force de frottement qui, d'après l'expérience, est sensiblement proportionnelle au carré de la vitesse ; soit $\varpi \cdot k \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot S$, cette force totale, où k est un coefficient qui dépend du tuyau, elle s'appliquera pendant le même chemin parcouru $v \cdot dt$ et fera un travail résistant :

$$\varpi \cdot k \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot S \cdot v \cdot dt \quad (3)$$

Enfin entre A et B la masse d'eau $\varpi \cdot L \cdot S$ absorbera un travail égal à la différentielle de sa puissance vive soit :

$$d \cdot \left(\varpi \cdot \frac{L \cdot S}{g} \cdot \frac{v^2}{2} \right) = \varpi \cdot \frac{L \cdot S}{g} \cdot v \cdot dv \quad (4)$$

Il n'y a pas d'autres forces ni donc d'autre travail de A à B et l'on aura :

$$(1) - (2) - (3) - (4) = 0 \quad \text{soit après simplifications :}$$

$$\frac{L}{g} \cdot dv = \left[h - \frac{v^2}{2g} \left(\frac{S^2}{s^2} + k \right) \right] \cdot dt \quad (5)$$

C'est là l'équation différentielle fondamentale de l'établissement du régime d'écoulement de l'eau dans un tuyau dont la section de sortie est constante et qui est soumise à une pression h constante.

Cette équation s'explique sous la forme :

$$\frac{dv}{h - \left(\frac{S^2}{s^2} + k \right) \cdot \frac{v^2}{2g}} = \frac{g}{L} \cdot dt$$

qui, en posant :

$$\varphi \cdot \sqrt{\frac{S^2}{s^2} + k} = y$$

devient :

$$\frac{dy}{1 - y^2} = \frac{1}{2L} \cdot \sqrt{2gh \left(\frac{S^2}{s^2} + k \right)} \cdot dt$$

dont l'intégrale connue est :

$$\frac{1}{2} \cdot \text{Log} \frac{1+y}{1-y} = \frac{1}{2L} \cdot \sqrt{2gh \left(\frac{S^2}{s^2} + k \right)} \cdot t + C$$

Dans notre cas où $v = 0$ pour $t = 0$, on trouve $C = 0$ et remplaçant y par sa valeur on obtient :

$$t = \frac{L}{\sqrt{2gh \left(\frac{S^2}{s^2} + k \right)}} \cdot \text{Log} \frac{1 + \sqrt{\frac{S^2}{s^2} + k}}{1 - \sqrt{\frac{S^2}{s^2} + k}} \cdot v \quad (6)$$

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{S^2}{s^2} + k}} \cdot e^{\frac{t}{L} \cdot \sqrt{2gh \left(\frac{S^2}{s^2} + k \right)}} - 1 \quad (7)$$

Revenons à la figure 29 et écrivons le théorème de Bernoulli depuis le plan d'eau amont jusqu'à l'ouverture, lorsque le régime v_m est établi. On trouve :

$$h = p_A + \frac{v_m^2}{2g} = p_B + \frac{v_m^2}{2g} + k \frac{v_m^2}{2g}$$

$$p_B + \frac{v_m^2}{2g} = \frac{u_m^2}{2g}$$

qui, combinées, donnent :

$$v_m = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{S^2}{s^2} + k}} \quad (8)$$

Or, cette valeur portée dans (6) annule le dénominateur du terme sous le signe Log. de sorte que l'on a $\text{Log} \infty$ et, par suite :

$$t_m = \infty$$

Donc, théoriquement, la vitesse de régime n'est atteinte qu'après un temps infini. Il y a là une analogie avec l'établissement d'un courant électrique continu dans un conducteur

comportant une résistance et une self-induction. Pratiquement, dans l'équation (7), pour un temps t relativement court, le numérateur et le dénominateur sont déjà très grands et leur rapport est sensiblement égal à un, ce qui donne justement :

$$v = v_m$$

Cherchons maintenant quel débit aura coulé par l'orifice depuis le temps $t = 0$ où la vitesse était nulle jusqu'au moment où la vitesse a une valeur quelconque v . On a :

$$dq = S \cdot v \cdot dt$$

Remplaçons v par sa valeur (7) et intégrons, on trouve le débit :

$$q = \frac{L \cdot S}{\left(\frac{S^2}{s^2} + k \right)} \cdot \text{Log} \frac{1}{1 - \left(\frac{S^2}{s^2} + k \right) \cdot \frac{v^2}{2gh}} \quad (9)$$

Ce débit tombant de la hauteur h fait un travail $\omega \cdot q \cdot h$. Or, dans le béliér, le but de cet écoulement est de créer la puissance vive : $\frac{\omega \cdot L \cdot S}{g} \cdot \frac{v^2}{2}$, dès lors le rapport de ces deux travaux sera en quelque sorte le rendement de l'opération. On trouve ce rendement égal à :

$$\eta = \frac{\frac{S^2}{s^2} + k}{\frac{\rho^2}{2gh} \cdot \text{Log} \frac{1}{1 - \left(\frac{S^2}{s^2} + k \right) \cdot \frac{\rho^2}{2gh}}} \quad (10)$$

Cette équation va nous livrer déjà deux conclusions très importantes en ce qui concerne le béliér.

1° Portons la valeur (8) de v_m dans cette équation, on trouve :

$$\eta = 0$$

il en résulte que le rendement du béliér serait déjà nul, du fait de la mise en vitesse de l'eau, si l'on voulait que cette vitesse fut celle qui correspond à la hauteur de chute h . Or, tous les auteurs assignaient jusqu'ici cette valeur à la vitesse de l'eau,

c'était donc une erreur énorme ; en fait nous verrons plus loin qu'elle ne doit pas dépasser 0,3 à 0,5 de m .

Donnons à $\frac{\rho}{\sqrt{2gh}}$ une valeur constante et faisons $\frac{S}{s}$ égal à un, c'est-à-dire orifice grand ouvert égal à celui du tuyau, puis $\frac{S}{s}$ égal à une valeur quelconque plus grande. On trouve, par exemple :

$$\text{Avec } \frac{\rho}{\sqrt{2gh}} = 0,4 \quad \frac{S}{s} = 1 \quad \text{et} \quad k = 0 \quad (\text{pertes nulles}) \quad \eta = 0,92$$

$$\frac{\rho}{\sqrt{2gh}} = 0,4 \quad \frac{S}{s} = 2 \quad k = 0 \quad \eta = 0,612$$

On voit quelle chute du rendement provoque un étranglement à la sortie. *La section de l'ouverture d'un béliet ne devra donc pas être plus petite que celle du tuyau de batterie.* Elle pourrait même être plus grande, mais l'avantage ne compenserait pas le supplément de prix. Cette condition a déjà été signalée par les ingénieurs qui ont fait des essais de béliets, tel que Eitelwein, mais sans en donner la raison qui résulte clairement de la formule (10) comme on vient de le voir.

Dans toute la suite des calculs nous prendrons donc $s = S$.

De plus comme le rapport $\frac{\rho}{\sqrt{2gh}} = m$ de la vitesse dans le tuyau de batterie à la vitesse théorique $\sqrt{2gh}$ est de capitale importance, nous le ferons apparaître dans les formules ci-dessous que nous écrirons :

$$t_1 = \frac{L}{\sqrt{2gh} (1+k)} \cdot \text{Log} \frac{1+m\sqrt{1+k}}{1-m\sqrt{1+k}} \quad (11)$$

$$q_1 = \frac{L \cdot S}{1+k} \cdot \text{Log} \frac{1}{1-m^2(1+k)} \quad (12)$$

qui donneront le temps t_1 nécessaire pour atteindre une vitesse $\rho = m\sqrt{2gh}$, et le débit q_1 déversé pendant le temps t_1 de cette première opération.

DEUXIÈME PHASE : FERMETURE DE LA SOUPAPE DE BATTERIE

19. — D'après la conclusion du § 18 précèdent la soupape de batterie laisse une section de passage libre égale à S section du tuyau, jusqu'à ce que la vitesse ait atteint une certaine valeur $\rho_0 = m\sqrt{2gh}$. A ce moment la fermeture commence.

Sur la loi de cette fermeture beaucoup d'auteurs se sont étendus, se demandant si la soupape devait être considérée comme un disque plan dans un courant, ou comme un ajutage.

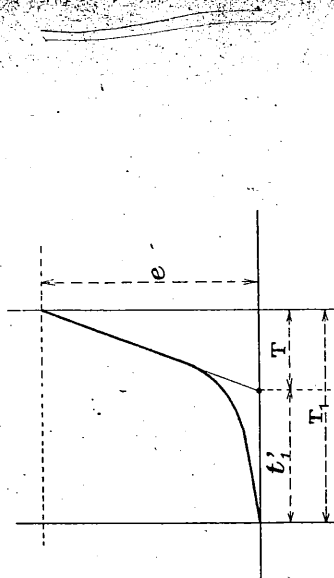


Fig. 30. — Schéma supposé de la fermeture d'une soupape.

En fait cette question est à peu près sans intérêt quant au fonctionnement du béliet ; dès que l'effort dû à la vitesse ρ est prépondérant la fermeture commence, mais aussitôt la pression qui apparaît l'accélère de sorte que le mouvement d'abord lent au départ devient extrêmement rapide vers la fin avec, comme limite, la vitesse du courant d'eau sur la face amont de la soupape.

Si e est la levée de la soupape et T_1 le temps total, la loi des espaces aura l'allure de la figure 30. Or nous allons voir que même avec une fermeture linéaire dans le temps, c'est surtout vers la fin de la fermeture que la pression apparaît ; on peut donc concevoir qu'une portion t_1' très importante du temps T_1 , sans effet sur la vitesse, fait en vérité partie de la période précédente, et que seule la portion T correspondante à une ferme-

ture à peu près linéaire devra être comptée comme temps véritable de fermeture.

Cette remarque va permettre de suivre à fond le phénomène de fermeture, car la fermeture linéaire dans le temps T se prête à une mise en équation qui conduit à des conclusions d'importance capitale.

Pour traiter la question de la manière la plus générale, nous supposons au départ la section s_0 quelconque et nous ne rétablirons l'égalité de s_0 et S que dans l'équation finale.

Le schéma de la conduite est alors exactement celui de la figure 29 et l'équation du mouvement est sans aucun changement l'équation (5) du § 18. Mais la section s , au lieu d'être constante, varie en fonction du temps suivant l'équation :

$$s = s_0 \cdot \left(1 - \frac{t}{T}\right) \quad (13)$$

L'équation différentielle fondamentale du mouvement de l'eau dans une conduite soumise à une pression h constante et débitant par un orifice de section variant linéairement sera donc :

$$\left[\frac{L}{g} \cdot d\nu = \left[h - \frac{\nu^2}{2g} \left(\frac{S^2}{s_0^2} \left(1 - \frac{t}{T}\right)^2 + k \right) \right] \cdot dt \right] \quad (14)$$

Cette équation ne peut être résolue algébriquement que si k est nul, mais nous verrons que k influe très peu sur le phénomène, nous pouvons donc le négliger et écrire :

$$\frac{L}{g} \cdot d\nu = \left[h - \frac{1}{2g} \cdot \frac{S^2}{s_0^2} \cdot \frac{\nu^2}{\left(1 - \frac{t}{T}\right)^2} \right] \cdot dt \quad (15)$$

Posons

$$\left(1 - \frac{t}{T}\right) = y \quad \text{d'où} \quad dt = -T \cdot dy$$

et encore :

$$\nu = y \cdot z \quad \text{d'où} \quad d\nu = z \cdot dy + y \cdot dz$$

l'équation (15) devient :

$$\frac{L}{g} \cdot [z \cdot dy + y \cdot dz] = \left[-T \cdot h + \frac{T}{2g} \cdot \frac{S^2}{s_0^2} \cdot z^2 \right] \cdot dy$$

qui permet de séparer les variables et conduit à :

$$\int -\frac{T \cdot g \cdot h}{L} \cdot \frac{dz}{-z + \frac{T}{2L} \cdot \frac{S^2}{s_0^2} \cdot z^2} = \int \frac{dy}{y}$$

L'intégrale de gauche est de la forme : $\int \frac{dz}{a + 2bz + cz^2}$ dont la solution est :

$$\frac{1}{2\sqrt{b^2 - ac}} \cdot \text{Log} \frac{\sqrt{b^2 - ac} - b - cz}{\sqrt{b^2 - ac} + b + cz}$$

Quant à celle de droite c'est $\text{Log } y$. Effectuant et remplaçant a, b, c, z, y par leurs valeurs, on trouve, A étant la constante d'intégration :

$$\begin{aligned} & \sqrt{1 + \frac{2gh}{\left(\frac{L}{T}\right)^2} \cdot \frac{S^2}{s_0^2}} = \\ & A \cdot \left(1 - \frac{t}{T}\right) = \\ & \sqrt{1 + \frac{2gh}{\left(\frac{L}{T}\right)^2} \cdot \frac{S^2}{s_0^2} + 1 - \frac{T}{L} \cdot \frac{S^2}{s_0^2} \cdot \frac{t}{\left(1 - \frac{t}{T}\right)}} \cdot \nu \\ & = \frac{\nu}{\sqrt{1 + \frac{2gh}{\left(\frac{L}{T}\right)^2} \cdot \frac{S^2}{s_0^2} - 1 + \frac{T}{L} \cdot \frac{S^2}{s_0^2} \cdot \frac{t}{\left(1 - \frac{t}{T}\right)}}} \quad (16) \end{aligned}$$

qui relie la vitesse ν au temps t .

Si l'on pose que, au temps $t = 0$, on a $\nu = m\sqrt{2gh}$ on trouve pour A :

$$A = \frac{\sqrt{1 + \frac{2gh}{\left(\frac{L}{T}\right)^2} \cdot \frac{S^2}{s_0^2} + 1 - m \cdot \frac{\sqrt{2gh}}{\left(\frac{L}{T}\right)} \cdot \frac{S^2}{s_0^2}}}{\sqrt{1 + \frac{2gh}{\left(\frac{L}{T}\right)^2} \cdot \frac{S^2}{s_0^2} - 1 + m \cdot \frac{\sqrt{2gh}}{\left(\frac{L}{T}\right)} \cdot \frac{S^2}{s_0^2}}} \quad (17)$$

Remarquons, dans ces équations (16) et (17), que les cons-

tantes de la conduite h , L , S , s_0 et le temps de fermeture T sont toujours groupées ensemble dans le rapport :

$$\left[\frac{\sqrt{2gh} \cdot S}{\left(\frac{L}{T}\right) s_0} = K \right] \quad (18)$$

Si bien que c'est ce paramètre K qui définira une machine et non chacun des éléments séparés.

De (16) on tire la valeur de v :

$$v = \frac{L}{T} \cdot \frac{s_0^2}{S^2} \left(1 - \frac{t}{T}\right) \cdot \frac{(\sqrt{1+K^2}+1) - (\sqrt{1+K^2}-1) \cdot A \cdot \left(1 - \frac{t}{T}\right) \sqrt{1+K^2}}{1 + A \cdot \left(1 - \frac{t}{T}\right) \sqrt{1+K^2}} \quad (19)$$

La pression P_B avant la soupape a été déterminée par l'équation précédant l'éq. (2) ; elle sera :

$$P_B = \frac{\rho^2}{2g} \cdot \left[\frac{S^2}{s_0^2 \cdot \left(1 - \frac{t}{T}\right)^2} - 1 \right] \quad (20)$$

Remplaçons v par sa valeur (19) et cherchons non pas P_B mais le rapport $\frac{P_B}{h}$ de la pression pendant la fermeture, à la hauteur de chute h , valeur que l'on peut appeler le « coup de bélier », on trouve :

$$\frac{P_B}{h} = \frac{1}{K^2} \left[1 - \frac{s^2}{S^2} \left(1 - \frac{t}{T}\right)^2 \right] \cdot \left[\frac{(\sqrt{1+K^2}+1) - (\sqrt{1+K^2}-1) \cdot A \cdot \left(1 - \frac{t}{T}\right) \sqrt{1+K^2}}{1 + A \cdot \left(1 - \frac{t}{T}\right) \sqrt{1+K^2}} \right]^2 \quad (21)$$

dans laquelle :

$$A = \frac{\sqrt{1+K^2} + 1 - m \cdot K \cdot \frac{S}{s_0}}{\sqrt{1+K^2} - 1 + m \cdot K \cdot \frac{S}{s_0}} \quad (22)$$

Les équations (19) (21) (22) déterminent complètement le phénomène de fermeture de s_0 .

REMARQUE I. — La valeur $\frac{P_B}{h}$ équation (21) croît constamment quand $\left(1 - \frac{t}{T}\right)$ diminue, c'est-à-dire pendant toute la fermeture. Lorsque $\left(1 - \frac{t}{T}\right) = 0$, c'est-à-dire au moment de la fermeture complète, elle prend la valeur limite :

$$\left(\frac{P_B}{h}\right)_{\text{lim.}} = \frac{1}{K^2} [\sqrt{1+K^2} + 1]^2 = \left[\sqrt{1 + \frac{1}{K^2}} + \frac{1}{K} \right]^2 \quad (23)$$

valeur extrêmement curieuse, car elle ne contient plus A , c'est-à-dire v_0 , mais seulement K . De sorte que le rapport des pressions final, c'est-à-dire le coup de bélier proprement dit, est indépendant de la vitesse v_0 existant au commencement de la fermeture, ce qui paraît tout à fait paradoxal et vaut la peine d'un léger développement.

Reprenant la valeur $\frac{S}{s_0} = 1$ qui est celle exigée dans les

béliers, nous avons alors K qui devient $\sqrt{2gh} \cdot \left(\frac{L}{T}\right)$. Choisissons

pour cette constante une valeur arbitraire 0,316 par exemple et construisons les valeurs de $\frac{P_B}{h}$ équation (21) et de $\frac{v}{\left(\frac{L}{T}\right)}$

équation (19) en fonction de $\left(1 - \frac{t}{T}\right)$ pour différentes valeurs de v_0 , c'est-à-dire de m . Nous choisissons $\frac{v}{\left(\frac{L}{T}\right)}$ comme ordonnées

et non v pour avoir les courbes générales qui correspondent au paramètre $K = 0,316$, c'est-à-dire $K^2 = 0,1$.

En effet, dans ce cas, à l'origine du mouvement nous avons $v_0 = m\sqrt{2gh}$ qui, divisé par $\frac{L}{T}$, devient :

$$\frac{v_0}{\left(\frac{L}{T}\right)} = m \cdot \frac{\sqrt{2gh}}{\left(\frac{L}{T}\right)} = m \cdot K$$

si bien que l'ordonnée à l'origine $\frac{v_0}{h}$ des courbes $\frac{v}{\left(\frac{L}{T}\right)}$ ne dépend plus elle-même que de m et du paramètre K .

On obtient donc ainsi en quelque sorte les courbes caractéristiques de tous les béliers qui ont la même valeur de :

$$\frac{\sqrt{2gh}}{\left(\frac{L}{T}\right)} = 0,316$$

La figure 31 donne les courbes de $\frac{P_B}{h}$ et de $\frac{v}{\left(\frac{L}{T}\right)}$ pour $m = 1$, $m = 0,4$, $m = 0,2$, $m = 0$.

Or toutes les courbes de $\frac{P_B}{h}$ partent bien de zéro qui correspond à $S = s_0$ orifice grand ouvert, et montent à la même valeur 42 pour la fermeture complète. Seules les valeurs intermédiaires diffèrent avec m (c'est-à-dire avec la vitesse initiale v_0). Mais les courbes de $\frac{v}{\left(\frac{L}{T}\right)}$ en montrent la raison, car il saute

aux yeux que ces courbes sont homothétiques avec l'origine 0 comme centre d'homothétie ; elles ont donc même tangente, c'est-à-dire même dérivée au point 0, et comme $\frac{P_B}{h}$ ne dépend que de cette dérivée, on comprend qu'il soit le même pour toutes les valeurs de m .

L'équation (15) contient d'ailleurs la démonstration de cette homothétie. En effet on y voit que si l'on fait :

$$\frac{v}{\left(1 - \frac{t}{T}\right)} = \text{constante},$$

$\frac{dv}{dt}$ sera aussi constante, donc toutes les valeurs de $\frac{v}{\left(\frac{L}{T}\right)}$ situées sur une droite passant par l'origine correspondront à une même valeur de $\frac{dv}{dt}$, c'est-à-dire de l'angle de la tangente à la courbe

des $\frac{v}{\left(\frac{L}{T}\right)}$. Ces courbes sont donc bien des figures semblables. En

particulier les valeurs maxima de $\frac{v}{\left(\frac{L}{T}\right)}$ sont sur la droite qui va de l'origine à l'ordonnée $\frac{v_0}{\left(\frac{L}{T}\right)} = K$.

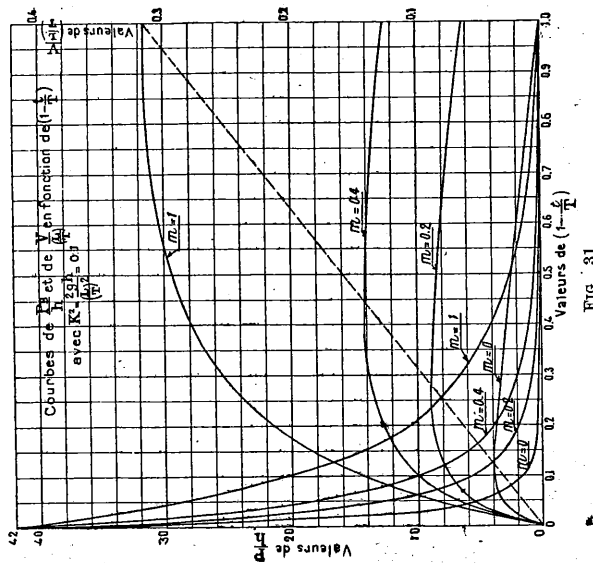


Fig. 31.

On voit donc que, même en partant de $v_0 = \text{zéro}$, la vitesse pendant la fermeture augmenterait jusqu'au point :

$$\left(1 - \frac{t}{T}\right) = 0,425$$

puis décroîtrait avec la même rapidité que les autres et donnerait le même coup de bélier final. C'est donc seulement le travail total des pressions P_B qui diffère avec V_0 et non la pression finale.

Ces courbes montrent encore combien ρ varie peu pendant la première partie de la fermeture ; pour $m = 0,4$ par exemple, la valeur de ρ est encore égale à la valeur initiale pour $\left(1 - \frac{t}{T}\right) = 0,2$, c'est-à-dire pour l'orifice fermé aux quatre cinquièmes. Et ceci suffit à justifier notre hypothèse de la fermeture linéaire remplaçant la fermeture accélérée.

Enfin dans l'équation (14) on voit que lorsque $\left(1 - \frac{t}{T}\right)$ est voisin de zéro k devient négligeable devant

$$\frac{s_0^2 \left(1 - \frac{t}{T}\right)^2}{S^2}$$

de sorte que l'équation devient identique à (15), elle donne par suite la même valeur finale de $\frac{d\rho}{dt}$, c'est-à-dire, comme on l'a vu plus haut, du coup de bélier.

Les courbes avec $k > 0$ monteront donc au même point 42, il est donc sans grand inconvénient de négliger k dans l'équation (14) puisqu'on trouve tout de même la vraie valeur finale.

REMARQUE II. — La valeur limite, équation (23), du coup de bélier a une autre particularité bien remarquable : elle est identique à celle trouvée par M. Alliéri en tenant compte de l'élasticité de l'eau et de la conduite. M. Alliéri (4) donne en effet pour valeur limite ζ_m^2 du coup de bélier :

$$\zeta_m^2 = \left[\frac{\rho}{2\theta} + \sqrt{1 + \left(\frac{\rho}{2\theta}\right)^2} \right]^2$$

où $\rho = \frac{a}{\sqrt{2gh}} \cdot \frac{s}{S}$ et $\theta = \frac{a \cdot T}{2L}$, sont ce qu'il appelle les caractéristiques de la conduite (a étant la vitesse de propagation de l'onde de pression dans la conduite). Or on voit que :

$$\frac{\rho}{2\theta} = \frac{a}{\sqrt{2gh}} \cdot \frac{s}{S} \cdot \frac{2L}{2aT} = \frac{1}{\sqrt{2gh}} \cdot \frac{S}{S} \cdot \frac{L}{T} = \frac{1}{\left(\frac{L}{T}\right) \cdot s}$$

(4) Voir page 33 de la « Théorie du coup de bélier » par Alliéri, chez Dunod, Paris.

d'où :

$$\zeta_m^2 = \left[\frac{1}{K} + \sqrt{1 + \frac{1}{K^2}} \right]^2$$

valeur identique à notre équation (23).

Ainsi ces deux théories se rejoignent dans la détermination de la valeur finale du coup de bélier, bien que partant de points de départ qui n'ont rien de commun. Une étude plus approfondie (1) montre même que la théorie de M. Alliéri donne une courbe des $\frac{P_B}{h}$ qui se superpose à celle de la figure 31 pour $m = 1$ lorsque θ devient très grand, mais ce n'est pas le lieu de développer ce parallèle à propos du bélier hydraulique. Il nous suffit en passant de signaler la chose pour son intérêt d'ordre général, et en remarquant que justement dans les béliers $\theta = \frac{aT}{2L}$ est grand car L est de l'ordre de 20 à 30 m. quand a est de l'ordre de 1.000 m., et que par suite la théorie d'Alliéri et celle ci-dessus donnent alors les mêmes résultats très sensiblement.

REMARQUE III. — Lorsque $K = \frac{\sqrt{2gh}}{\left(\frac{L}{T}\right)} \cdot \frac{S}{s}$ est très petit,

ce qui est le cas pour une fermeture rapide (T petit) d'un tuyau L très long, sous une hauteur de chute h relativement faible, K^2 devient négligeable devant 1 dans l'équation (23) et celle-ci devient :

$$\left(\frac{P_B}{h}\right)_{\text{lim.}} = \frac{4}{K^2} = 4 \cdot \frac{\left(\frac{L}{T}\right)^2}{2gh} \cdot \frac{s^2}{S^2} \quad (24)$$

Ainsi pour $K^2 = 0,1$ choisi plus haut, on trouve $\left(\frac{P_B}{h}\right)_{\text{lim.}} = 40$ très voisin de la valeur exacte 42 trouvée avec l'équation complète. On a donc en (24) une formule très simple pour calculer

(1) Voir Société des Ingénieurs civils, mai-juin 1926 : « Note sur la théorie des coups de bélier », par L. BERGERON.

le maximum du coup de bélier $\frac{P_B}{h}$ lorsque K est petit, inférieur à 0,3 par exemple.

REMARQUE IV. — Etudions au point de vue particulier du bélier hydraulique l'allure des courbes des vitesses (fig. 31).

1° Courbe faite avec $m = 1$, c'est-à-dire partant de $v_0 = \sqrt{2gh}$. — On voit que v décroît toujours; en même temps que l'on perd de l'eau par la soupape on perd donc encore de la puissance vive. La valeur $m = 1$ qui conduisait déjà à un rendement nul pour la mise en vitesse (voir § 18) conduit encore à une très mauvaise utilisation de cette vitesse.

2° Courbe faite avec $m = 0,4$, c'est-à-dire partant de $v_0 = 0,4\sqrt{2gh}$. — La vitesse à l'origine croît jusqu'à une section 0,45 S, puis décroît pour reprendre la valeur du début, lorsque la section est 0,2S. A ce moment $\frac{P_B}{h} = 4$. Si donc on avait à élever l'eau à une hauteur $H = 3h$, on aurait $P_B = 4h = H + h$ et la soupape de refoulement se soulèverait, l'énergie cinétique $\frac{LS}{2} \cdot \frac{[0,4\sqrt{2gh}]^2}{2}$ passant en élévation d'eau à la hauteur H. On n'a donc pas perdu d'énergie cinétique, mais seulement l'eau qui a fui pendant la fermeture de S à 0,2 S.

3° Courbe faite avec $m = 0,2$, c'est-à-dire $v_0 = 0,2\sqrt{2gh}$. — Lorsque la vitesse repasse par sa valeur d'origine, la section est 0,06S seulement et $\frac{P_B}{h} = 10$ de sorte que l'on pourrait élever l'eau à une hauteur $H = 9h$ (qui donne bien $P_B = 10h = H + h$) sans avoir perdu d'énergie cinétique.

Mais on peut faire encore mieux. Si $\frac{H}{h} = 4$ seulement, c'est-à-dire si $\frac{P_B}{h} = 5$, la section est 0,11S et l'on voit que $\frac{v}{\left(\frac{L}{T}\right)} = 0,08$ au lieu de 0,063 au départ si bien que la puissance

vive à utiliser est $\left(\frac{0,08}{0,063}\right)^2 = 1,6$ fois plus grande qu'à l'origine, on a donc gagné de l'énergie cinétique pendant la fermeture même, la perte d'eau étant même plus petite puisqu'elle n'a duré que jusqu'à 0,11S au lieu de durer jusqu'à 0,06S.

Il est très certain que dans les bons béliers, les soupapes sont réglées de manière à obtenir ce résultat qui sera la conclusion de notre remarque :

Commencer la fermeture avec une valeur de v_0 très inférieure à $\sqrt{2gh}$.

Fonctionner sur une hauteur résistante H qui corresponde à une valeur de v supérieure à la valeur initiale.

Nous verrons plus loin qu'on est limité dans la diminution de v_0 parce qu'elle entraîne une diminution de la puissance utile qui deviendrait trop importante, mais cela n'enlève rien à l'intérêt des remarques ci-dessus concernant les conditions de marche favorables à la meilleure utilisation de l'énergie.

REMARQUE V. — Pour avoir une idée des proportions possibles des béliers, choisissons pour m la valeur de 0,4 qui tient suffisamment compte des remarques précédentes et traçons les courbes de $\frac{P_B}{h}$ et $\frac{v}{\left(\frac{L}{T}\right)}$ pour différentes valeurs de la constante K.

Ces courbes sont portées figures 32 à 36. En tenant compte de la remarque IV nous avons marqué sur ces courbes le point $\left(\frac{P_B}{h}\right)$ qui correspond à une bonne utilisation de la puissance vive. Comme $P_B = H + h$ lorsque la soupape de refoulement se soulève, on a donc :

$$\frac{H}{h} = \frac{P_B}{h} - 1$$

Faisons un tableau des $\frac{H}{h}$ résultant des courbes ci-contre et mettons en regard la valeur $\frac{1}{K}$ nous nous apercevons que,

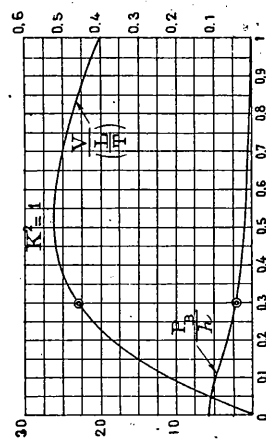


Fig. 32.

Courbes de $\frac{v}{\left(\frac{L}{T}\right)}$ et de $\frac{P_B}{h}$ en fonction de $1 - \frac{t}{T}$ pour $K^2 = 1$.

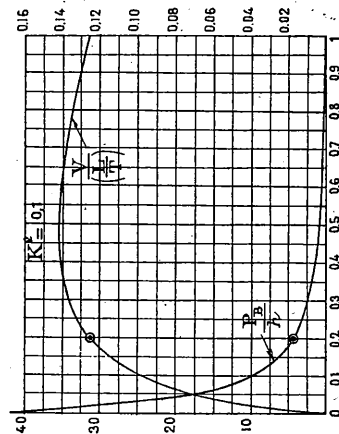


Fig. 33.

Courbes de $\frac{v}{\left(\frac{L}{T}\right)}$ et de $\frac{P_B}{h}$ en fonction de $1 - \frac{t}{T}$ pour $K^2 = 0.1$.

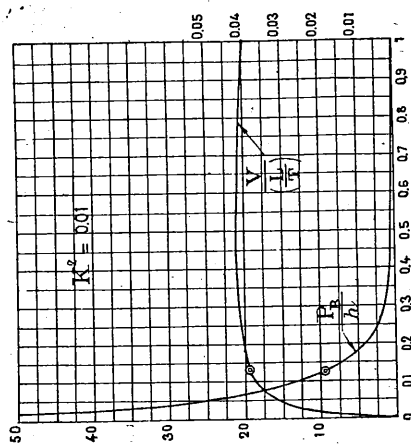


Fig. 34.

Courbes de $\frac{v}{\left(\frac{L}{T}\right)}$ et de $\frac{P_B}{h}$ en fonction de $1 - \frac{t}{T}$ pour $K^2 = 0.01$.

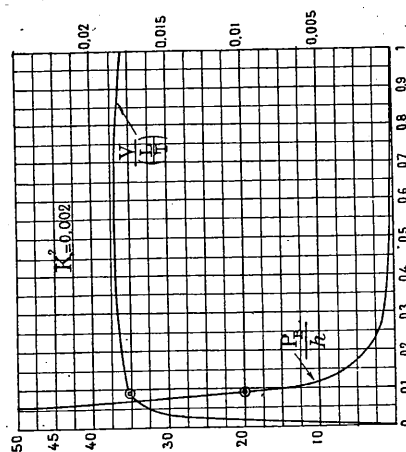


Fig. 35.

Courbes de $\frac{v}{\left(\frac{L}{T}\right)}$ et de $\frac{P_B}{h}$ en fonction de $1 - \frac{t}{T}$ pour $K^2 = 0.002$.

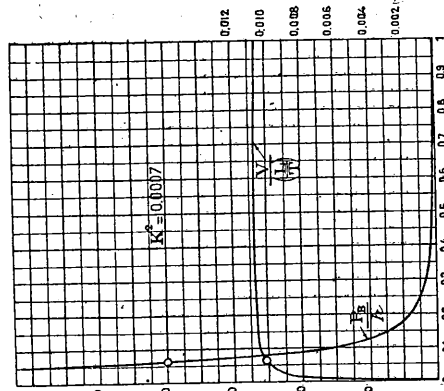


Fig. 36.

Courbes de $\frac{P_B}{h}$ et de $\frac{L}{T}$ en fonction de $1 - \frac{t}{T}$ pour $K^2 = 0,0007$.

par une très curieuse coïncidence, ces nombres sont presque rigoureusement égaux :

Figure 32 : $K^2 = 1$ $\frac{P_B}{h} = 2$ d'où $\frac{H}{h} = 1$ $\frac{1}{K} = 1$

Figure 33 : $K^2 = 0,1$ $\frac{P_B}{h} = 4$ $\frac{H}{h} = 3$ $\frac{1}{K} = 3,16$

Figure 34 : $K^2 = 0,01$ $\frac{P_B}{h} = 9,5$ $\frac{H}{h} = 9,5$ $\frac{1}{K} = 10$

Figure 35 : $K^2 = 0,002$ $\frac{P_B}{h} = 20$ $\frac{H}{h} = 19$ $\frac{1}{K} = 22$

Figure 36 : $K^2 = 0,0007$ $\frac{P_B}{h} = 40$ $\frac{H}{h} = 39$ $\frac{1}{K} = 38$

si bien que l'on peut en tirer la loi empirique suivante :

Les conditions de rendement d'un béliet seront plutôt favorables si l'on a :

$$\frac{1}{K} \geq \frac{H}{h} \quad \text{d'où} \quad \frac{h}{H} \geq \frac{\sqrt{2gh}}{\left(\frac{L}{T}\right)} \quad (25)$$

Cette relation remarquable donne une valeur limite minima pour la longueur du corps de béliet :

$$L \geq \frac{H}{h} \cdot T \cdot \sqrt{2gh} \quad (26)$$

Nous trouverons plus loin une nouvelle limite inférieure pour L.

REMARQUE VI. — Les valeurs de $\left(\frac{P_B}{h}\right)$ jugées favorables (fig. 32 à 36) correspondent à des valeurs de $\left(1 - \frac{t}{T}\right)$ très voisines, variant de 0,07 à 0,17. La moyenne est très voisine de 0,1 qui correspond à un temps 0,9 T pour la deuxième phase.

On peut donc dire que très approximativement la durée de la période qui correspond à la création de la pression H + h est :

$$t_s = 0,9T \quad (27)$$

Pendant ce temps, la vitesse de l'eau dans le tuyau de section S a été tout le temps légèrement supérieure à $v_0 = m \cdot \sqrt{2gh}$, le débit de fuite à la seconde serait donc plus grand que $v_0 S$, mais comme on a un gain de puissance vive que nous négligeons, nous pouvons compter en compensation que le débit de fuite pendant ce temps t_s est seulement de :

$$q_2 = m \cdot \sqrt{2gh} \cdot S \cdot 0,9T \quad (28)$$

La perte de travail correspondante sera $\omega \cdot q_2 \cdot h$ et son rapport à la puissance vive $\frac{\omega \cdot L \cdot S \cdot v_0^2}{2g}$ sera, en faisant

$$v_0 = m \cdot \sqrt{2gh} :$$

Perte en pour 100 :

$$\frac{m \cdot \sqrt{2gh} \cdot 0,9 \cdot S \cdot T \cdot h}{\frac{L \cdot S \cdot m^2 \cdot 2gh}{g}} = \frac{0,9 \cdot \sqrt{2gh}}{m} \cdot \left(\frac{L}{T}\right)$$

Si l'on se fixe une valeur minima pour cette perte, soit 40 p. 100 par exemple, ce qui semble même un peu élevé, on trouve une nouvelle relation :

$$\frac{0,9 \cdot \sqrt{2gh}}{m} \cdot \left(\frac{L}{T}\right) \leq 0,1$$

qui conduit à une nouvelle valeur limite pour la longueur L du corps de béliet :

$$L \geq 9T \sqrt{\frac{2gh}{m}} \quad (29)$$

qui vient compléter la relation (26). On choisira des deux formules celle qui donne la plus grande valeur de L . Du reste le calcul ci-dessus montre bien que L n'est pas limité, car, pour T et h donnés, plus L augmente, plus la valeur de la perte ci-dessus diminue et plus le rendement total du béliet augmentera. On peut d'ailleurs agir au contraire sur T , et, pour L donné, diminuer T le plus possible et l'on verra s'améliorer le rendement, à condition, bien entendu, de diminuer T sans diminuer la section s de la soupape.

TROISIÈME PHASE : DÉBIT SUR LA HAUTEUR $(H + h)$

20. — Nous venons de voir dans le paragraphe 19 qu'à un certain temps t de la fermeture qui est très approximativement $0,9T$ on atteint en B la pression $H + h$. La soupape de refoulement s_r se soulève alors et le tuyau de batterie débite sur le refoulement d'une part et sur la soupape s_r qui achève de se fermer ; au bout d'un temps $0,1T$ celle-ci est fermée et le débit continue sur le refoulement jusqu'à ce que la vitesse de l'eau dans le tuyau de batterie soit devenue nulle.

Pendant toute cette phase la pression résistante reste constante et égale à $H + h$, la figure 37 indique le schéma de l'appareil.

Le travail moteur de la force en A sera comme au § 18 :

$$\varpi \cdot \left(h - \frac{v^2}{2g} \right) \cdot S \cdot v \cdot dt \quad (1)$$

Le travail résistant des frottements sera :

$$\varpi \cdot k' \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot S \cdot v \cdot dt \quad (3')$$

Nous mettons k' au lieu de k , équation (3), § 18, pour noter que le circuit a un peu changé en B et peut comporter par suite une perte k' différente de k .

Le travail de la force résistante en B sera :

$$\varpi \cdot (H + h) \cdot S \cdot v \cdot dt \quad (30)$$

Le travail absorbé par la variation de puissance vive entre A et B sera le même que § 18, soit :

$$\varpi \cdot \frac{L \cdot S}{g} \cdot v \cdot dv \quad (4)$$

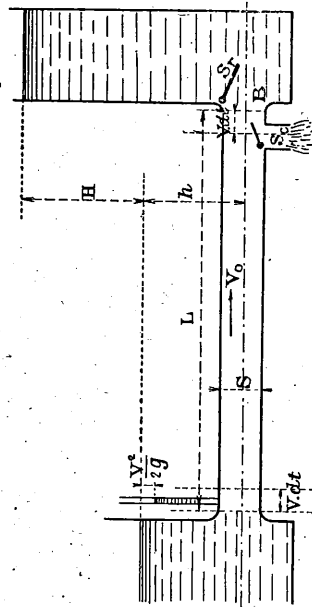


Fig. 37. — Arrêt du courant dans une conduite longue, sous l'effet d'une contre-pression constante.

On aura l'égalité du travail moteur et des travaux résistants qui s'exprimera par :

$$(1) - (3') - (30) - (4) = 0$$

soit, après simplification :

$$\frac{L}{g} \cdot dv = - \left[H + (1 + k') \frac{v^2}{2g} \right] \cdot dt \quad (31)$$

C'est là l'équation différentielle fondamentale du ralentissement de l'eau dans un tuyau sous l'effet d'une pression résistante constante H et du frottement.

Elle s'écrit en :

$$\int \frac{dv}{H + (1 + k') \frac{v^2}{2g}} = - \int \frac{g}{L} \cdot dt + C$$

qui, en posant $\sqrt{\frac{1+k'}{2gH}} \cdot v = y$, devient :

$$\int \frac{dy}{1+y^2} = -\frac{g}{L} \cdot \sqrt{\frac{(1+k')H}{2g}} \cdot \int dt + C$$

dont la solution est, en rappelant que pour $t = 0$ on a $v = v_0 = m\sqrt{2gh}$:

$$\frac{1+k'}{2gH} \cdot v^2 = \left(\text{arc. tg. } m \sqrt{\frac{h}{(1+k')H}} - \frac{\sqrt{(1+k')2gH}}{2L} \cdot t \right) \cdot \text{arc. tg. } \sqrt{\frac{1+k'}{2gH}} \cdot v \quad (32)$$

De cette équation on tire de suite que v sera nul lorsque le membre de droite sera nul, ce qui se produit pour un temps t_4 tel que :

$$t_4 = \frac{2L}{\sqrt{2gH(1+k')}} \cdot \text{arc. tg. } m \sqrt{\frac{h}{(1+k')H}} \quad (33)$$

La quantité d'eau débitée pendant ce temps sera :

$$q_4 = \int_0^{t_4} S \cdot v \cdot dt \quad (34)$$

dans laquelle, d'après (32) on a :

$$v = \sqrt{\frac{2gH}{1+k'}} \cdot \text{tg} \left[\left(\text{arc. tg. } m \cdot \sqrt{\frac{h}{(1+k')H}} - \frac{\sqrt{2gH(1+k')}}{2L} \cdot t \right) \right] \quad (32')$$

L'équation (34) résolue donne :

$$q_4 = \frac{L \cdot S}{1+k'} \cdot \text{Log} \left[1 + m^2 \cdot (1+k') \cdot \frac{h}{H} \right] \quad (35)$$

Mais ce débit n'est pas tout monté au refoulement puisqu'au début une partie a fui pendant la fin de la fermeture de la soupape s_0 . Cherchons à évaluer cette fuite, approximativement.

Elle s'est faite sous l'action d'une pression constante $H + h$, donc avec une vitesse d'écoulement égale à $\sqrt{2g(H+h)}$. La section de passage était au début environ 0,1S et a décroît linéairement jusqu'à zéro, si bien qu'on peut en prendre la moyenne, soit 0,05S.

Le temps pendant lequel cette fuite a duré a été d'environ 0,1 T. On peut donc écrire que le débit total perdu pendant ce temps a été approximativement égal à :

$$q_s = \sqrt{2g(H+h)} \cdot 0,05S \cdot 0,1 T = 0,005 \sqrt{2gh \left(1 + \frac{H}{h}\right)} \cdot S \cdot T \quad (36)$$

QUATRIÈME PHASE : RETOMBÉE DU CLAPET DE REFOULEMENT

24. — Il est impossible de soumettre cette phase à un calcul théorique précis. Une seule chose est sûre, c'est que cette retombée a lieu avec un certain retard qui permet, sous l'effet du surcroît de pression H, un retour d'eau en arrière. La vitesse de retour d'eau sera donc proportionnelle à $\sqrt{2gH}$; si la section de passage moyenne est αS et le temps de retombée βT où α et β seront à estimer ou à déduire des expériences, T étant toujours le temps de fermeture de la soupape de choc s_0 , et S la section du tuyau, on pourra écrire que l'équation du débit d'eau qui retourne à la source sera de la forme :

$$q_s = \sqrt{2gH} \cdot \alpha S \cdot \beta T = \alpha \beta \cdot \sqrt{2gH} \cdot ST \quad (37)$$

et le temps de cette phase sera :

$$t_s = \beta T \quad (38)$$

Dès que s_r est retombée sur son siège, la dépression due à ce retour d'eau se produit en B et s_0 s'ouvre. Le cycle de fonctionnement est terminé et les formules établies §§ 18, 19, 20, 21 vont nous permettre de trouver le rendement et la puissance utile pendant ce cycle complet.

ÉQUATION DU RENDEMENT

22. — Le rendement est le rapport du travail utile au travail moteur. Le travail utile est égal au poids ϖq_u monté au niveau supérieur multiplié par la hauteur d'élévation H ; le travail moteur est égal au poids ϖq_m livré au niveau inférieur multiplié par la hauteur de chute h. Donc le rendement :

$$\eta = \frac{\varpi \cdot q_u \cdot H}{\varpi \cdot q_m \cdot h} = \frac{q_u}{q_m} \cdot \frac{H}{h} \quad (39)$$

Or q_u , débit monté à la hauteur H , est égal à q_4 , débit de la troisième phase, diminué de q_3 , fuite par la soupape de choc s_c pendant la fin de sa fermeture, et de q_2 , retour d'eau pendant la fermeture de la soupape de refoulement s_r .

$$q_u = q_4 - q_2 - q_3 = (35) - (36) - (37) \quad (40)$$

Quant à q_m , débit moteur, il est égal au débit q_1 de la première phase augmenté du débit q_3 de la seconde phase et du débit q_2 qui fuit pendant la troisième phase, soit :

$$q_m = q_1 + q_2 + q_3 = (12) + (28) + (36) \quad (41)$$

D'où en remplaçant ces débits par leurs valeurs :

$$\eta = \frac{H}{h} \cdot \frac{LS}{1+k} \cdot \frac{\text{Log} \left[1 + m^2(1+k) \frac{h}{H} \right] - 0,005 \sqrt{2gh} \left(1 + \frac{H}{h} \right) \cdot S \cdot T - \alpha \beta \cdot \sqrt{2gh} \cdot ST}{1 + k \cdot \frac{LS}{1-m^2(1+k)} + m \cdot \sqrt{2gh} \cdot 0,9 \cdot ST + 0,005 \sqrt{2gh} \left(1 + \frac{H}{h} \right) \cdot ST} \quad (42)$$

Divisons tous les termes par LS et posons $\frac{\sqrt{2gh}}{\left(\frac{L}{T} \right)} = K$ (voir équation 18), on trouve finalement :

$$\eta = \frac{H}{h} \cdot \frac{1}{1+k} \cdot \frac{\text{Log} \left[1 + m^2(1+k) \frac{h}{H} \right] - K \left[0,005 \sqrt{1 + \frac{H}{h}} + \alpha \beta \sqrt{\frac{H}{h}} \right]}{1 + k \cdot \frac{1}{1-m^2(1+k)} + K \left[0,9m + 0,005 \sqrt{1 + \frac{H}{h}} \right]} \quad (42)$$

On voit donc que η est fonction de 4 variables :

le rapport des hauteurs $\frac{H}{h}$;

le coefficient m qui définit la vitesse pour laquelle la soupape s_c commence à se fermer ;

les pertes de charge k et k' dans le tuyau de batterie ;

la caractéristique K qui contient les constantes h , L , T , du coup de bélier.

On ne trouve pas dans ce rendement les pertes dans le tuyau de refoulement parce que H , pression sous le clapet de refoulement, est considérée comme hauteur utile, mais en vérité, pour avoir la hauteur d'élévation H_e , il faudra lui retrancher les

pertes dans le clapet d'abord, h_{sr} , puis celles par frottement et autres h_r dans la conduite de refoulement, ou :

$$H_e = H - h_{sr} - h_r \quad (43)$$

La simple inspection de la formule du rendement conduit à une première conclusion extrêmement importante, mais que l'on a déjà pu prévoir § 19, remarque VI :

Le rendement augmente toujours quand la caractéristique

$$K = \frac{\sqrt{2gh}}{\left(\frac{L}{T} \right)} \text{ diminue.}$$

Nous reviendrons plus longuement sur ce point dans la discussion complète de l'équation de η .

ÉQUATION DE LA PUISSANCE UTILE P_u

23. — La puissance d'un appareil est égale au nombre de kilogrammètres qu'il réalise à la seconde. Divisée par 75 kgrm., elle serait exprimée en chevaux.

Les kilogrammètres utiles ont été trouvés déjà pour le rendement, ce sont :

$$\varpi \cdot q_u \cdot H = \varpi \cdot (q_4 - q_3 - q_2) \cdot H$$

Le temps total $\mathcal{E}$ pendant lequel ces kilogrammètres sont réalisés est la somme du temps t_1 de la première phase, t_2 de la fermeture de la soupape jusqu'à ce que $H + h$ soit créé, t_4 de la troisième phase de débit sur $H + h$ constant, t_6 de la retombée de la soupape de refoulement, soit :

$$\mathcal{E} = t_1 + t_2 + t_4 + t_6 = (11) + (27) + (33) + (38) \quad (43)$$

D'où, pour la puissance utile en kilogrammètres-secondes :

$$P_u = \frac{\varpi \cdot (q_4 - q_3 - q_2) \cdot H}{t_1 + t_2 + t_4 + t_6}$$

$$= \frac{\varpi \cdot \left\{ \frac{LS}{1+k'} \cdot \text{Log} \left[1 + m^2(1+k') \frac{h}{H} \right] - 0,005 \sqrt{2gh} \sqrt{1 + \frac{H}{h}} \cdot ST - \alpha \beta \sqrt{2gh} \cdot ST \right\} \cdot H}{\frac{L}{\sqrt{2gh} \sqrt{1+k}} \cdot \text{Log} \frac{1+m \sqrt{1+k}}{1-m \sqrt{1+k}} + 0,9T + \frac{2L}{\sqrt{2gh} \sqrt{1+k'}} \left[\text{arc. tg } m \sqrt{1+k'} \sqrt{\frac{h}{H}} + \beta \right]}$$

Divisons par T le numérateur et le dénominateur et mettons le produit $\frac{L}{T} \cdot S \cdot H$ en facteur au numérateur, puis divisons

numérateur et dénominateur par $\sqrt{2gh} = \frac{1}{K}$; on trouve finalement en chevaux en eau montée, en posant :

$$P_m = \frac{\varpi \cdot \sqrt{2gh} \cdot S \cdot h}{75}$$

$$= P_m \cdot \frac{\frac{H}{h} \cdot \frac{1}{1+k'} \cdot \text{Log} \left[1 + m^2 \left(1 + k' \right) \frac{h}{H} \right] - K \left(0,005 \sqrt{1 + \frac{H}{h} + \alpha\beta} \sqrt{\frac{H}{h}} \right)}{\frac{1}{\sqrt{1+k}} \cdot \text{Log} \frac{1+m\sqrt{1+k}}{1-m\sqrt{1+k}} + \frac{2}{\sqrt{1+k'}} \sqrt{\frac{h}{H}} \left[\text{arc tg } m \sqrt{\frac{h}{H}} \sqrt{1+k'} \right] + K(0,9+\beta)} \quad (44)$$

Sous cette forme, on voit que P_u est le produit de deux facteurs :

Le premier : $\frac{\varpi \cdot \sqrt{2gh} \cdot S \cdot h}{75}$ est la puissance maxima en

chevaux que le tuyau de batterie pourrait tirer de la chute h sous laquelle il fonctionne ; en effet $\sqrt{2gh}$, vitesse maxima due à la hauteur h , multipliée par S , donne le débit maximum possible par le tuyau de batterie, et comme ce débit tombe de h , son produit par h et la densité ϖ donne bien la puissance maxima qui peut passer par le tuyau. On peut donc bien poser :

$$P_m = \frac{\varpi \cdot \sqrt{2gh} \cdot S \cdot h}{75} \quad (45)$$

Le deuxième facteur, entre crochets dans l'équation (44), n'est plus qu'un coefficient de réduction de P_m qui, comme le rendement, varie avec $\frac{H}{h}$, m , k , k' et K ; nous appellerons P_u ce coefficient.

On a donc :

$$P_u = P_m \cdot P_u \quad (46)$$

avec :

$$P_u = \frac{\frac{1}{1+k'} \cdot \text{Log} \left[1 + m^2 \left(1 + k' \right) \frac{h}{H} \right] - K \left(0,005 \sqrt{1 + \frac{H}{h} + \beta\alpha} \sqrt{\frac{H}{h}} \right)}{\frac{1}{\sqrt{1+k}} \cdot \text{Log} \frac{1+m\sqrt{1+k}}{1-m\sqrt{1+k}} + \frac{2}{\sqrt{1+k'}} \sqrt{\frac{h}{H}} \left[\text{arc tg } m \cdot \sqrt{\frac{h}{H}} \sqrt{1+k'} \right] + K(0,9+\beta)} \quad (47)$$

On voit de suite que ce coefficient P_u augmente toujours quand K diminue. La diminution de K augmente donc, et le rendement, et la puissance utile.

DISCUSSION DE η ET P_u

24. — Les équations 42 et 47 nous permettent de suivre les variations de η et P_u en fonction des différentes variables qui entrent dans leur constitution.

Puisqu'il y a intérêt à avoir $K = \sqrt{\frac{2gh}{L}} \left(\frac{L}{T} \right)$ aussi petit que

possible, nous choisirons arbitrairement cette valeur égale à 0,01, facile à obtenir en vérité, et nous la laisserons constante. Remarquons que, d'après le § 19, cette valeur serait encore

juste acceptable pour $\frac{H}{h} = 100$; au delà, il faudrait faire

$\sqrt{\frac{2gh}{L}} \leq \frac{h}{H}$ pour que le béliet soit dans des conditions de rendement encore acceptables. Cette constance de K favorisera

normément les rendements obtenus pour les faibles valeurs de $\frac{H}{h}$, mais c'est justement ce qui se produit en pratique

Les pertes par frottements, variations brusques de direction, étranglements, etc..., soit dans le tuyau de batterie, soit dans le béliet même, doivent être évidemment réduites au minimum ; comme on ne peut les annuler, nous ferons toutes les courbes en posant $k = k' = 1$, ce qui suppose déjà un appareil très bien étudié.

Comme données de construction, il reste encore α et β qui caractérisent la chute de la soupape de refoulement. Mais l'importance de ces deux constantes étant considérable, comme nous allons le voir, nous calculerons trois séries de courbes : une avec $\alpha\beta = 0,1$, une avec $\alpha\beta = 0,01$, une avec $\alpha\beta = 0,001$ et nous les comparerons.

Il ne reste plus alors comme variables dans les fonctionnements possibles du béliet choisis que m et $\frac{H}{h}$.

Or, on constate à la simple inspection des équations 42 et 47 que pour $m = 0$ on a le terme en $\text{Log. du numérateur}$ égal à zéro, ce qui donnerait η et p_u négatifs, c'est-à-dire une impossibilité ; il en résulte que η et p_u sont nuls pour une certaine valeur de m plus grande que zéro. Mais au dénominateur, lorsque $m = \frac{1}{\sqrt{1+k}}$, le terme en Log. devient ∞ ce qui annule encore η et p_u . Il s'ensuit que η et p_u passent par un maximum lorsque m varie, il y aura donc un grand intérêt, pour bien connaître les conditions optima de fonctionnement du béliier, de tracer les courbes complètes de η et p_u en fonction de m pour chaque valeur de $\frac{H}{h}$. Ce sont ces courbes qui sont dessinées figure 38.

1° Courbes de η et p_u avec $\alpha\beta = 0,1$:

Avec $\frac{H}{h} = 1$ on a $\eta_{\text{max.}} = 0,87$ pour $m = 0,19$ (c'est-à-dire

pour $v_0 = 0,19 \sqrt{2gh}$) ;

Avec $\frac{H}{h} = 10$ le $\eta_{\text{max.}}$ tombe à 0,63 et pour $m = 0,4$;

Avec $\frac{H}{h} = 25$ le $\eta_{\text{max.}}$ n'est plus que de 0,35 et pour $m = 0,55$;

Enfin pour $\frac{H}{h} = 50$ le rendement est pratiquement nul et a fortiori au delà.

Ces quelques constatations sont déjà fort instructives. On y voit que, à mesure que $\frac{H}{h}$ augmente, il faut régler la soupape de choc pour une valeur de v_0 de plus en plus grande, c'est-à-dire augmenter la tension de son ressort par exemple, ou son poids ; une soupape qui se ferme pour $m = 0,19$ et qui donne ainsi le rendement maximum pour $\frac{H}{h} = 1$ donnerait en effet un rendement nul pour $\frac{H}{h} = 10$.

PREMIÈRE RÈGLE. — Pour avoir le meilleur rendement, la valeur de m doit croître avec $\frac{H}{h}$, les courbes montrent clairement l'importance de cette variation que l'équation 42 permet de calculer pour chaque cas.

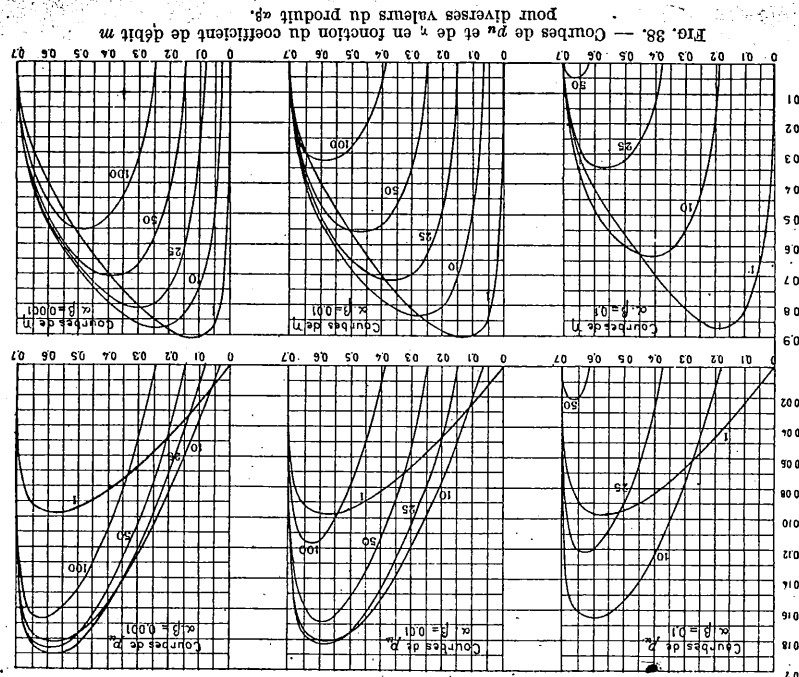


Fig. 38. — Courbes de p_u et de η en fonction du coefficient de débit m pour diverses valeurs du produit $\alpha\beta$.

Pour $\frac{H}{h} = 1$ on a $p_u = 0,04$ lorsque $m = 0,19$, c'est-à-dire lorsque η est maximum ; mais si l'on marche avec $m = 0,55$ p_u prend sa valeur maxima de 0,97, soit près de 2,5 fois la précédente, le rendement étant en ce point tombé à 0,47. On voit

donc qu'on peut augmenter considérablement la puissance utile d'un béliér si l'on fait abstraction du rendement.

Pour les autres valeurs de $\frac{H}{h}$, la conclusion est la même, quoique les valeurs de m qui donnent η maximum se rapprochent de plus en plus de celles qui donnent p_u maximum.

D'où la deuxième règle :

DEUXIÈME RÈGLE. — Si l'on a de l'eau motrice en excès on a intérêt à régler la soupape de choc pour obtenir des valeurs élevées de m , sans atteindre cependant la valeur limite pour laquelle p_u redevient théoriquement nul, ce cas correspondant en effet comme on l'a vu plus haut à une soupape qui ne se fermerait jamais, puisqu'il faut un temps théoriquement ∞ pour établir la valeur limite $v_0 = \sqrt{\frac{2gh}{1+k}}$.

2° Courbes de η et p_u avec $\alpha\beta = 0,01$ et $\alpha\beta = 0,001$. — La décroissance de η maximum quand $\frac{H}{h}$ augmente, décroissance signalée par tous les auteurs et toujours constatée en pratique, est extrêmement rapide comme on le voit sur les courbes ci-dessus. Si l'on en cherche la raison on trouve, dans l'équation (42), que cette décroissance est due aux termes :

$$-0,005K \sqrt{1 + \frac{H}{h}} \quad \text{et} \quad -K \cdot \alpha\beta \cdot \sqrt{\frac{H}{h}}$$

au numérateur, et au terme $+0,005K \sqrt{1 + \frac{H}{h}}$ au dénominateur, mais en effectuant les calculs, on s'aperçoit que le terme le plus important, et de beaucoup, est le terme $-K \cdot \alpha\beta \cdot \sqrt{\frac{H}{h}}$ du numérateur. C'est donc la valeur du produit $\alpha\beta$ qui est capitale au point de vue de la diminution de η quand $\frac{H}{h}$ croît.

Pour mettre la chose en évidence nous avons tracé les courbes de η et p_u en fonction de m avec $\alpha\beta = 0,01$ et $\alpha\beta = 0,001$ (fig. 38). Ces courbes ont absolument la même allure que celles obtenues avec $\alpha\beta = 0,1$, mais tandis que les premières don-

naient $\eta_{\max}$ presque nul pour $\frac{H}{h} = 50$, on trouve avec $\alpha\beta = 0,01$ que $\eta_{\max}$ devient 0,56 pour ce rapport et qu'il est encore 0,32 pour $\frac{H}{h} = 100$, et enfin avec $\alpha\beta = 0,001$ on a

$\eta_{\max}$ égal à 0,70 pour $\frac{H}{h} = 50$ et égal à 0,55 pour $\frac{H}{h} = 100$.

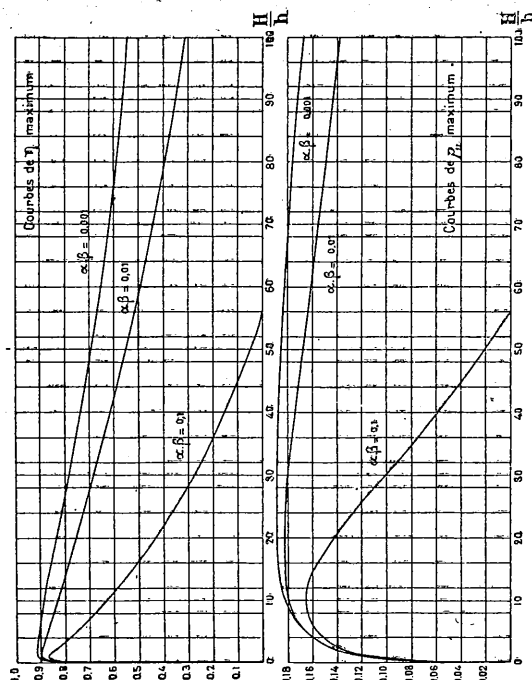


Fig. 39. — Courbes de $\eta_{\max}$ et de $p_{u \max}$ en fonction du rapport des hauteurs $\frac{H}{h}$ et pour diverses valeurs du produit $\alpha\beta$.

D'ailleurs les $\eta_{\max}$ ont tous augmenté, mais c'est pour les grandes valeurs de $\frac{H}{h}$ que cette augmentation est de beaucoup la plus importante.

Il en est de même de p_u max qui est considérablement augmenté pour les grandes valeurs de $\frac{H}{h}$.

Ces résultats sont très clairement résumés par les courbes de

$\eta_{\max}$ et de $p_u \max$ de la figure 39 qui sont faites en fonction de $\frac{H}{h}$.

On tire donc de l'étude de ces courbes la règle suivante :

TROISIÈME RÈGLE. — Les rendements pour les grandes valeurs de $\frac{H}{h}$ sont encore très acceptables si l'on diminue α et β , c'est-à-dire si l'on étudie la soupape de refoulement de telle manière que sa fermeture soit extrêmement rapide.

Pour atteindre ce résultat on devra diminuer la levée de cette soupape quand $\frac{H}{h}$ augmente ; on pourra même augmenter la tension de son ressort de rappel, s'il y a un, car le gain résultant de la diminution de $\alpha\beta$ compensera et au delà la perte de hauteur utile due à la pression du ressort ; enfin la soupape devra être aussi légère que possible. A ce prix, des valeurs de $\frac{H}{h}$ qui atteignent et dépassent 100 sont parfaitement possibles.

Elles le sont d'autant plus que dans l'établissement des courbes ci-dessus nous avons laissé constante la caractéristique K tandis qu'en vérité, d'après la Remarque V, § 19, cette caractéristique devrait diminuer au moins comme $\frac{h}{H}$.

3° Courbes avec K variable. — Pour mettre en relief l'influence de K nous avons reporté (fig. 40) les courbes de η et p_u précédemment trouvées avec $\alpha\beta = 0,001$ et $K = 0,01$, et les mêmes courbes calculées avec $K = 0,001$, c'est-à-dire dix fois plus petit. Le gain est considérable : $\eta_{\max}$ passe de 0,54 à 0,85. L'obtention des grandes valeurs de $\frac{H}{h}$ est donc liée non seulement au fonctionnement de la soupape de refoulement, mais plus encore à la valeur de K , d'où la règle :

QUATRIÈME RÈGLE. — On améliore toujours le rendement en rendant plus petite la caractéristique $K = \frac{\sqrt{2gh}}{\left(\frac{L}{T}\right)}$, et cette dimi-

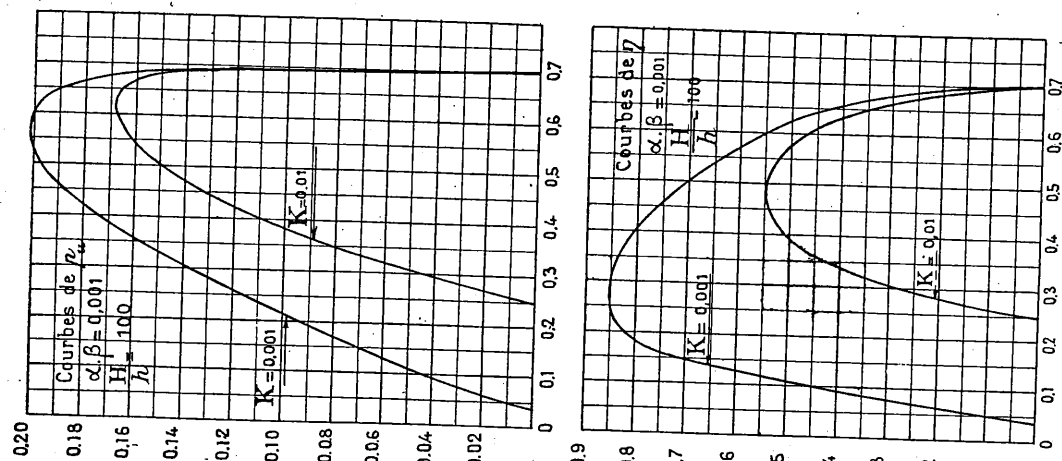


FIG. 40. — Courbes de p_u et de η en fonction du coefficient de débit m , pour différentes valeurs de la caractéristique K .

BERGERON. — Machines hydrauliques.

tion devient une nécessité absolue lorsque $\frac{H}{h}$ est grand.

De la forme de cette caractéristique on tire les quelques conclusions suivantes :

a) Les béliers fonctionnant sous faible chute (h petit) sont avantagés : il est beaucoup plus facile d'obtenir de grandes valeurs de $\frac{H}{h}$ si h est petit que s'il a une valeur élevée.

b) Allonger le tuyau de batterie (augmenter L) ne peut qu'améliorer le rendement.

c) Il y a intérêt à calculer la soupape de choc de manière à avoir le plus grand nombre de coups possible à la minute (T petit), ce qui correspond à des soupapes légères, à grand diamètre et à faible levée, avec ressort d'ouverture, s'il y en a, le plus mou possible, c'est-à-dire à grand nombre de spires.

Remarquons encore que diminuer K autant qu'on le peut conduit à créer H avant que v_0 ait repris sa valeur initiale (voir § 19, Remarque IV), ce qui donne un gain de puissance vive dont nous n'avons pas tenu compte dans nos équations et qui peut accroître encore très sensiblement le rendement.

4° Courbes avec k et k' variables. — Les coefficients k et k' caractérisent les pertes par frottements dans le tuyau de batterie, par coudes brusques dans le béliier même, variations brusques de section, etc...

Nous avons reporté figure 41 les courbes précédemment obtenues avec $\alpha\beta = 0,004$, $K = 0,01$ et $k = k' = 1$ et les mêmes courbes obtenues avec $k = k' = 2$. Il est vraiment remarquable de voir combien les frottements *doublés* influent peu sur le $\eta_{\max}$, qui passe en effet de 0,88 à 0,865 seulement. Cela tient justement à ce que l'on marche avec m faible, égal à 0,22, c'est-à-dire avec $v_0 = 0,22\sqrt{2gh}$; si on augmentait m la perte se ferait beaucoup plus sensible. Il ne faut évidemment pas en conclure que l'on peut se permettre toutes les fantaisies sur le tracé du tuyau de batterie et les formes des boîtes à soupapes ; il y a intérêt à ne pas avoir des pertes inutiles que l'on peut toujours supprimer par une étude judicieuse, mais l'influence de m et de K est autrement grande que celle des frottements k et k' .

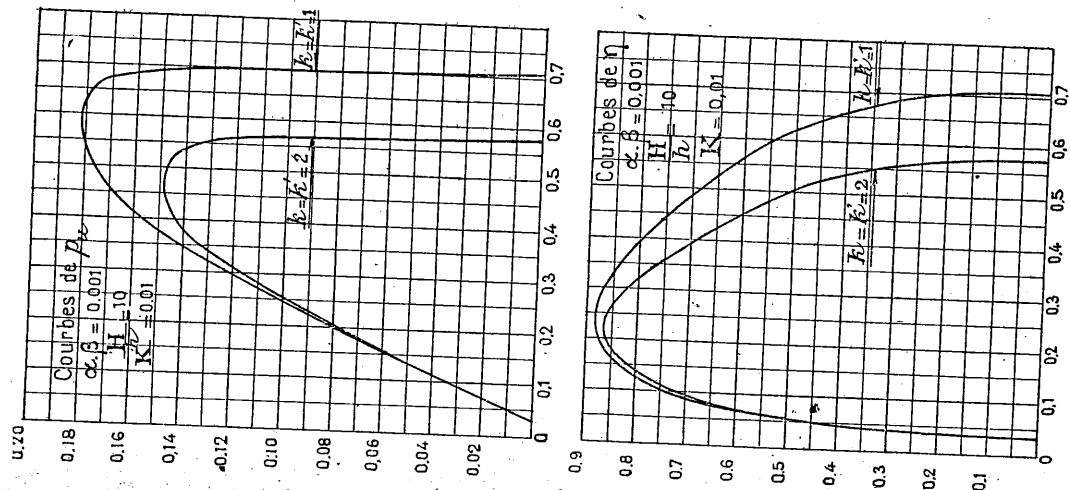


Fig. 41. — Courbes de m et de η en fonction du coefficient de débit m , pour différentes valeurs des pertes de charges k et k' .

Il en est de même pour le volume compris entre les deux soupapes, dont la puissance vive est évidemment perdue pour l'élévation d'eau ; de ce fait le rendement du béliet trouvé plus haut devrait être diminué en vérité dans le rapport $\frac{LS+V}{LS+V}$

où V est ce volume mort. Ce rapport étant facilement de l'ordre de 0,99 affecte peu le η final et, encore une fois, les conclusions ci-dessus concernant m , α , β et K ont un bien plus grand intérêt.

L'analyse complète des phénomènes qui se produisent dans le béliet hydraulique est ainsi terminée ; elle constitue un exemple assez intéressant de l'aide que la théorie peut apporter pour débrouiller les questions, fort confuses au premier abord, posées par le fonctionnement d'un appareil qui est certainement un des plus compliqués rencontrés en hydrodynamique ; elle montre également que des conclusions d'ordre absolument pratique peuvent résulter de la théorie, bien que les hypothèses faites à la base ne soient jamais exactes rigoureusement (1).

RÉSERVOIR D'AIR

25. — Le débit moyen à la seconde élevé à H au-dessus de la source résultera facilement de (44) et (47). Ce sera :

$$q_u = \frac{\pi \cdot \sqrt{2gh} \cdot S \cdot h}{H} \cdot p_u \quad (48)$$

(1) En toute rigueur, il faut cependant bien remarquer que cette théorie n'est valable que si l'on réalisait mécaniquement la fermeture linéaire supposée pour la soupape de choc. En vérité, celle-ci se ferme sous l'effet du courant d'eau et par suite avec une vitesse qui est liée à la sienne, et cela complique singulièrement le problème, limite beaucoup la valeur du temps T de fermeture, et recule le moment où la pression $H + h$ est créée peut-être juste à l'instant même où la fermeture est réalisée.

Néanmoins les conclusions, trouvées ci-dessus, valables rigoureusement si la soupape de choc était commandée, restent approchées pour le cas du béliet automatique ordinaire.

Signalons d'ailleurs que les béliets à soupapes commandées ont été exécutés et ils présenteraient même de réels avantages dans le cas des valeurs élevées de $\frac{H}{h}$.

Le réservoir à air devra emmagasiner $q_4 - q_3 - q_6$ diminué de ce que le tuyau de refoulement a débité pendant ce temps $t_6 + t_4$, soit :

$$qr = q_4 - q_3 - q_6 - q_u \cdot (t_4 + t_6) \quad (49)$$

Il y a intérêt à ce que la pression de l'air varie très peu dans la cloche pour que le mouvement de l'eau ne soit pas saccadé dans le tuyau de refoulement. Pour cela qr devra être une faible fraction du volume d'air du réservoir, soit 2 à 5 p. 100 environ, d'où, pour le volume Q de l'air à la pression normale $H + h$:

$$Q = \frac{qr}{0,02 \text{ à } 0,05} \quad (50)$$

L'absence d'air pourrait être dangereuse ; l'eau de la conduite de refoulement ne pouvant, en effet, varier brusquement de vitesse, opposerait une inertie qui permettrait à la pression maxima du coup de béliet de s'établir, or elle peut être un grand nombre de fois plus élevée que H , voir équations (23) et (24). D'où la nécessité du reniflard fournissant à chaque oscillation un peu d'air pour remplacer celui qui se dissout dans l'eau.

DESCRIPTION DE QUELQUES APPAREILS

26. — La figure 42 représente la coupe d'un béliet Samain.

La soupape de choc B est horizontale et c'est un ressort qui fournit l'effort d'ouverture. La tension du ressort est réglable de l'extérieur, de manière à faire varier le coefficient m , c'est-à-dire la vitesse qui produit la fermeture de la soupape. La course de cette soupape est également réglable de l'extérieur. Par contre, la soupape de refoulement agit par son poids seulement et sa levée n'est pas réglable, c'est peut-être ce qui explique la chute rapide

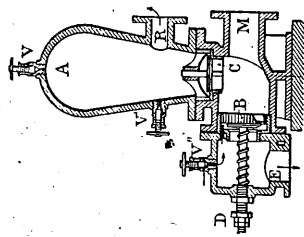


Fig. 42. — Béliet Samain.

du rendement avec $\frac{H}{h}$ que montre la courbe (fig. 43) commandée par cette maison.

L'air se renouvelle par le reniflard V'' où un pointeau permet de régler la quantité qui entre à chaque aspiration. V' permet la vidange d'eau et V la rentrée de l'air dans la cloche (le tuyau R étant fermé par une vanne), lorsqu'on veut remplir la cloche d'air.

La figure 43 représente la courbe de η en fonction de $\frac{H}{h}$ à débit d'eau motrice constant, et la courbe des débits montés en

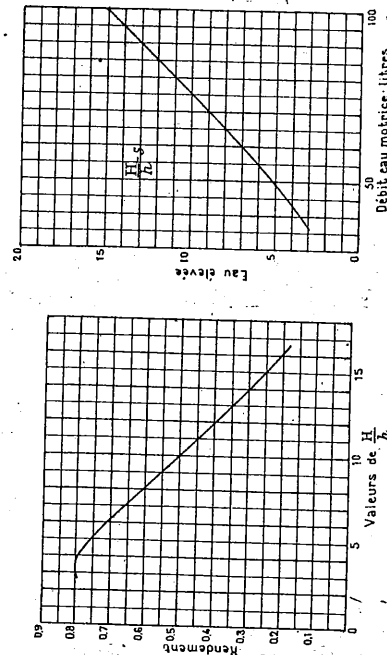


Fig. 43. — Courbes relevées sur béliers Samain.

fonction du débit d'eau motrice avec $\frac{H}{h}$ constant égal à 5, la chute étant de 4 mètres et la hauteur d'élévation de 20 mètres.

La figure 44 montre en vue extérieure un béliet E. Lacroix. Dans ce béliet la levée de la soupape de refoulement est réglable de l'extérieur, de même que la soupape de choc. De plus, le constructeur signale que son appareil fonctionne par « petites vibrations rapprochées ». Ces indications permettent de comprendre qu'un de ces appareils ait pu donner un rendement satisfaisant avec soixante-quinze fois la hauteur de chute; il est vrai que celle-ci n'était que de 0 m. 40, ce qui réduit K et permet plus facilement, comme on l'a vu plus haut, les grandes valeurs de $\frac{H}{h}$.

Un viseur d'air permettant, par une petite glace, de voir passer les bulles d'air, on peut se rendre compte facilement du

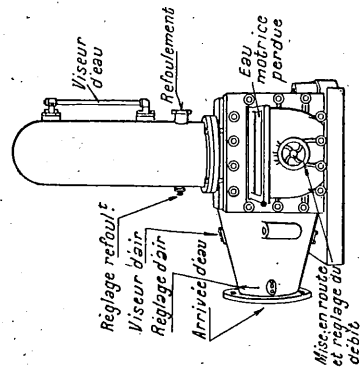


Fig. 44. — Béliet Lacroix.

fonctionnement du reniflard; enfin un tube de niveau renseigne sur le niveau de l'eau dans la cloche et le reniflard est réglé pour que ce niveau reste constant.

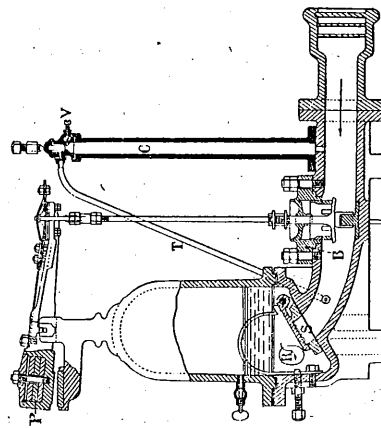


Fig. 45. — Béliet Bollée.

Dans le béliet Bollée (fig. 45) la soupape de choc est en forme de lanterne et son poids est équilibré par un contre-poids P, le choc de fermeture ayant lieu entre ce contre-poids

et son siège et non à la soupape. La soupape de refoulement est munie d'un ressort de fermeture à tension réglable du dehors. Le reniflard V est placé en haut d'une colonne creuse pour éviter d'être noyé si le niveau aval remonte jusque au-dessus du tuyau d'arrivée.

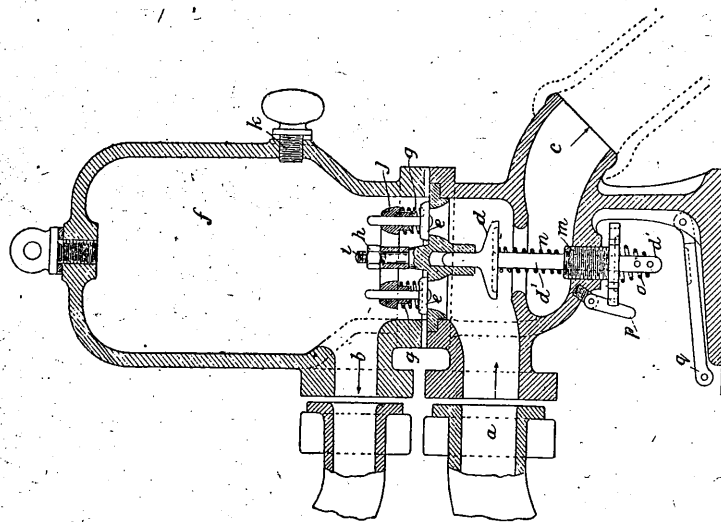


Fig. 46. — Béliet Decœur.

Le béliet Decœur (fig. 46) se distingue par le soin avec lequel les soupapes sont étudiées pour être légères, à faible levée, surtout sur le refoulement où elles sont petites et multiples, à rappel par ressorts, toutes conditions qui conduisent à des fermetures très rapides, c'est-à-dire à K, α , β petits. Ceci suffirait à justifier les résultats obtenus au Conservatoire des

Arts et Métiers sur ce béliet, qui ont donné 87 p. 100 de rendement maximum et encore 66 p. 100 avec 30 fois la hauteur de chute (celle-ci étant de 0 m. 30). (Voir Masse, *Les pompes*, Dunod).

La figure 47 montre schématiquement, mais d'une manière très suffisante, l'installation générale d'un béliet.

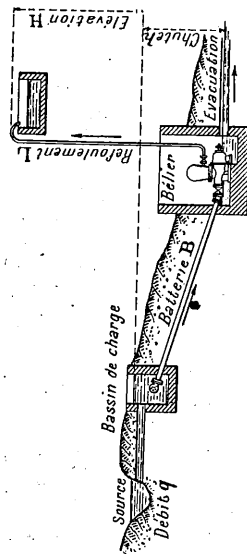


Fig. 47. — Schéma d'installation d'un béliet hydraulique.

Cet appareil, bien étudié, peut donner des résultats vraiment très intéressants, car son rendement est remarquablement élevé si l'on songe qu'il remplit le rôle de deux machines accouplées : une machine motrice fonctionnant sous la hauteur h , une machine élévatrice surélevant l'eau de H . Nous retrouvons à plusieurs reprises des accouplements de ce genre, soit turbine et pompe centrifuge, machine à colonne d'eau et pompe à piston, mais qui auront beaucoup de peine à atteindre des rendements aussi élevés.

Libro. LES POMPES.

Robert TASSÉ

DUNOD éd. 1903

P. 372 - 388

n° 8° D: 58.